**Методические указания по выполнению практической работы №3**

**Тема**  «Вычисление и применение определённых интеграла»

**Определенный интеграл, его свойства и вычисление**

2.1. Определенный интеграл вычисляется по формуле Ньютона-Лейбница:

= F(a)-F(b)

 - соответственно верхний и нижний пределы интегрирования, они пишутся и читаются снизу вверх, а в формулу подставляются сверху вниз!)

Основные свойства определенного интеграла:

1.  При перестановке пределов интегрирования изменяется знак интеграла:



2.  Отрезок интегрирования можно разбивать на части:



3.  Определенный интеграл от алгебраической суммы функций равен алгебраической сумме их определенных интегралов.

4.  Постоянный множитель можно выносить за знак интеграла.

Пример 1.

==27-8=19.

2.2 Вычисления определённого интеграла методом введения новой переменной.



Пример 2.

====

Пример 3.

= - =-()=-

1.3 Вычисление определенного интеграла по частям:

Используем формулу:

-

Пример 4.

=-+=()+-1-1=-2;

Пример 5.

=-6xctgx +=-6·-6·+ln|sinx|=π+ ln|sin|- ln|sin|= π+ ln1- ln= π+ 0+ln2= π+ln2

1**. Вычисление площадей плоских фигур.**
Как следует из геометрического смысла определенного интеграла, для неотрицательной подынтегральной функции интеграл есть площадь криволинейной трапеции, ограниченной отрезками прямых  и кривой  .  .
В общем случае, когда фигура ограничена сверху кривой  , а снизу -  , формула для вычисления площадей принимает вид
 . В этой формуле знаки функций  и  значения не имеют. 

а) Формула площади в декартовых координатах.

**Вычисление площадей поверхностей вращения.**

Площадь поверхности, образованной вращением гладкой кривой вокруг оси  , равна
 .
Здесь  - дифференциал дуги.

В общем случае, площадь поверхности, полученной при вращении гладкой кривой  вокруг произвольной оси,
 , где  есть расстояние от точки  , лежащей на ,
до оси вращения, а  , как и ранее, - дифференциал дуги.

**Пример.**Найти площадь области, ограниченной линиями  и  .

 **Решение.** В этом примере функция, ограничивающая область снизу, не является гладкой. Поэтому, пользуясь свойством аддитивности интеграла, найдем искомую площадь как сумму двух интегралов.
 =  .
Если в качестве независимой переменной выбрать  , то  и  - непрерывные функции, и площадь области можно вычислить проще
 .

**Практическое задание №3**

**Тема «Определённый интеграл и его применение»**

**Вариант** 1

1. Вычислите определенные интегралы:

a)  ; б)  ; в)  ; г)  .

2 Решите задачу. Скорость движения точки определяется по закону  . Найдите путь, пройденный точкой за 3-ю секунду.

1. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  . Сделайте чертеж.
2. Найдите объем тела, образованного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями  . Сделайте чертеж.

**Практическое задание №3**

**Тема «Определённый интеграл и его применение»**

**Вариант** 2

1. Вычислите определенные интегралы:

a)  ; б)  ; в)  ; г)  .

1. Решите задачу. Скорость движения точки определяется по закону  . Найдите путь, пройденный точкой от начала движения до момента времени 4с.
2. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  . Сделайте чертеж.
3. Найдите объем тела, образованного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями  . Сделайте чертеж.