**Методические указания по выполнению практической работы №3**

**Тема**  «Вычисление и применение определённых интеграла»

**Определенный интеграл, его свойства и вычисление**

2.1. Определенный интеграл вычисляется по формуле Ньютона-Лейбница:

https://pandia.ru/text/78/405/images/image241.png= F(a)-F(b)

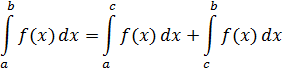
https://pandia.ru/text/78/405/images/image242.png - соответственно верхний и нижний пределы интегрирования, они пишутся и читаются снизу вверх, а в формулу подставляются сверху вниз!)

Основные свойства определенного интеграла:

1.  При перестановке пределов интегрирования изменяется знак интеграла:

https://pandia.ru/text/78/405/images/image243.png

2.  Отрезок интегрирования можно разбивать на части:



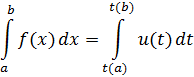
3.  Определенный интеграл от алгебраической суммы функций равен алгебраической сумме их определенных интегралов.

4.  Постоянный множитель можно выносить за знак интеграла.

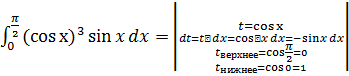
Пример 1.

https://pandia.ru/text/78/405/images/image245.png=https://pandia.ru/text/78/405/images/image246.png=27-8=19.

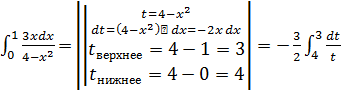
2.2 Вычисления определённого интеграла методом введения новой переменной.



Пример 2.

=https://pandia.ru/text/78/405/images/image249.png=https://pandia.ru/text/78/405/images/image250.png=https://pandia.ru/text/78/405/images/image251.png=https://pandia.ru/text/78/405/images/image252.png

Пример 3.

= - https://pandia.ru/text/78/405/images/image254.png=-https://pandia.ru/text/78/405/images/image255.png(https://pandia.ru/text/78/405/images/image256.png)=-https://pandia.ru/text/78/405/images/image257.png

1.3 Вычисление определенного интеграла по частям:

Используем формулу:

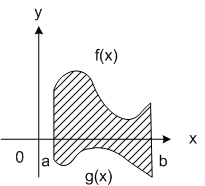
https://pandia.ru/text/78/405/images/image258.png-https://pandia.ru/text/78/405/images/image259.png

Пример 4.

https://pandia.ru/text/78/405/images/image260.png=https://pandia.ru/text/78/405/images/image261.png-https://pandia.ru/text/78/405/images/image262.png+https://pandia.ru/text/78/405/images/image263.png=(https://pandia.ru/text/78/405/images/image264.png)+https://pandia.ru/text/78/405/images/image265.png-1-1=https://pandia.ru/text/78/405/images/image266.png-2;

Пример 5.

https://pandia.ru/text/78/405/images/image267.png=-6xctgxhttps://pandia.ru/text/78/405/images/image268.png +https://pandia.ru/text/78/405/images/image269.png=-6·https://pandia.ru/text/78/405/images/image270.png-6·https://pandia.ru/text/78/405/images/image271.png+ln|sinx|https://pandia.ru/text/78/405/images/image272.png=πhttps://pandia.ru/text/78/405/images/image273.png+ ln|sinhttps://pandia.ru/text/78/405/images/image266.png|- ln|sinhttps://pandia.ru/text/78/405/images/image274.png|= πhttps://pandia.ru/text/78/405/images/image273.png+ ln1- lnhttps://pandia.ru/text/78/405/images/image275.png= πhttps://pandia.ru/text/78/405/images/image273.png+ 0+ln2= πhttps://pandia.ru/text/78/405/images/image273.png+ln2

1**. Вычисление площадей плоских фигур.**  
Как следует из геометрического смысла определенного интеграла, для неотрицательной подынтегральной функции интеграл есть площадь криволинейной трапеции, ограниченной отрезками прямых http://ok-t.ru/life-prog/baza2/2434049766130.files/image446.gif и кривой http://ok-t.ru/life-prog/baza2/2434049766130.files/image041.gif . http://ok-t.ru/life-prog/baza2/2434049766130.files/image448.gif .   
В общем случае, когда фигура ограничена сверху кривой http://ok-t.ru/life-prog/baza2/2434049766130.files/image041.gif , а снизу - http://ok-t.ru/life-prog/baza2/2434049766130.files/image450.gif , формула для вычисления площадей принимает вид   
http://ok-t.ru/life-prog/baza2/2434049766130.files/image452.gif . В этой формуле знаки функций http://ok-t.ru/life-prog/baza2/2434049766130.files/image004.gif и http://ok-t.ru/life-prog/baza2/2434049766130.files/image454.gif значения не имеют. 

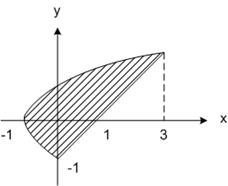
а) Формула площади в декартовых координатах.

**Вычисление площадей поверхностей вращения.**

Площадь поверхности, образованной вращением гладкой кривой http://ok-t.ru/life-prog/baza2/2434049766130.files/image481.gifвокруг оси http://ok-t.ru/life-prog/baza2/2434049766130.files/image505.gif , равна   
http://ok-t.ru/life-prog/baza2/2434049766130.files/image523.gif .   
Здесь http://ok-t.ru/life-prog/baza2/2434049766130.files/image525.gif - дифференциал дуги.

В общем случае, площадь поверхности, полученной при вращении гладкой кривой http://ok-t.ru/life-prog/baza2/2434049766130.files/image527.gif вокруг произвольной оси,   
http://ok-t.ru/life-prog/baza2/2434049766130.files/image529.gif , где http://ok-t.ru/life-prog/baza2/2434049766130.files/image531.gif есть расстояние от точки http://ok-t.ru/life-prog/baza2/2434049766130.files/image533.gif , лежащей на http://ok-t.ru/life-prog/baza2/2434049766130.files/image535.gif,   
до оси вращения, а http://ok-t.ru/life-prog/baza2/2434049766130.files/image537.gif , как и ранее, - дифференциал дуги.

**Пример.**Найти площадь области, ограниченной линиями http://ok-t.ru/life-prog/baza2/2434049766130.files/image539.gif и http://ok-t.ru/life-prog/baza2/2434049766130.files/image541.gif .

 **Решение.** В этом примере функция, ограничивающая область снизу, не является гладкой. Поэтому, пользуясь свойством аддитивности интеграла, найдем искомую площадь как сумму двух интегралов.   
http://ok-t.ru/life-prog/baza2/2434049766130.files/image545.gif = http://ok-t.ru/life-prog/baza2/2434049766130.files/image547.gif .  
Если в качестве независимой переменной выбрать http://ok-t.ru/life-prog/baza2/2434049766130.files/image549.gif , то http://ok-t.ru/life-prog/baza2/2434049766130.files/image551.gif и http://ok-t.ru/life-prog/baza2/2434049766130.files/image553.gif - непрерывные функции, и площадь области можно вычислить проще   
http://ok-t.ru/life-prog/baza2/2434049766130.files/image555.gif .

**Практическое задание №3**

**Тема «Определённый интеграл и его применение»**

**Вариант** 1

1. Вычислите определенные интегралы:

a) https://konspekta.net/lektsiiorgimg/baza5/940704991498.files/image049.gif ; б) https://konspekta.net/lektsiiorgimg/baza5/940704991498.files/image051.gif ; в) https://konspekta.net/lektsiiorgimg/baza5/940704991498.files/image053.gif ; г) https://konspekta.net/lektsiiorgimg/baza5/940704991498.files/image055.gif .

2 Решите задачу. Скорость движения точки определяется по закону https://konspekta.net/lektsiiorgimg/baza5/940704991498.files/image029.gif . Найдите путь, пройденный точкой за 3-ю секунду.

1. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями https://konspekta.net/lektsiiorgimg/baza5/940704991498.files/image031.gif . Сделайте чертеж.
2. Найдите объем тела, образованного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями https://konspekta.net/lektsiiorgimg/baza5/940704991498.files/image033.gif . Сделайте чертеж.

**Практическое задание №3**

**Тема «Определённый интеграл и его применение»**

**Вариант** 2

1. Вычислите определенные интегралы:

a) https://konspekta.net/lektsiiorgimg/baza5/940704991498.files/image035.gif ; б) https://konspekta.net/lektsiiorgimg/baza5/940704991498.files/image037.gif ; в) https://konspekta.net/lektsiiorgimg/baza5/940704991498.files/image039.gif ; г) https://konspekta.net/lektsiiorgimg/baza5/940704991498.files/image041.gif .

1. Решите задачу. Скорость движения точки определяется по закону https://konspekta.net/lektsiiorgimg/baza5/940704991498.files/image043.gif . Найдите путь, пройденный точкой от начала движения до момента времени 4с.
2. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями https://konspekta.net/lektsiiorgimg/baza5/940704991498.files/image045.gif . Сделайте чертеж.
3. Найдите объем тела, образованного вращением вокруг оси OX фигуры, ограниченной линиями https://konspekta.net/lektsiiorgimg/baza5/940704991498.files/image047.gif . Сделайте чертеж.